**第16讲** **数论典型问题**

**练习题【学习目标】**

1、巩固数论专题、计数原理、排列组合、容斥原理和抽屉原理；

2、深入研究各专题。

**练习题【知识梳理】**

1、整除：被除数、除数、商都得是整数，而且没有余数；

2、特殊数的倍数：尾数系、和系、差系；

3、分解质因数：短除法；

4、余数问题：和的余数等于余数的和、差的余数等于余数的差、积的余数等于余数的积；

5、加法原理（或者或者）：分类计数，类类独立；

6、乘法原理（先……再……又……）：分步计数；

7、容斥原理（都……，都不……）：不重不漏；

8、抽屉原理：最不利原则。

**练习题【典例精析】**

**【例1】**一个五位数能被72整除，求这个数除以72的商。

**【趁热打铁-1】**一个六位数能被24整除，求这个六位数所有可能的情况。

**【例2】**已知a是质数，b是偶数，且a2+b=2008，则a+b+1=\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【趁热打铁-2】**已知a是质数，b是偶数，且a2+b=2020，则a×b=\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【例3】**在乘积1×2×3×…×98×99×100中，末尾有\_\_\_\_\_\_\_个零。

**【趁热打铁-3】**如果1×2×3×…×(n-2)×(n-1)×n的积末尾有25个0，则n最大是\_\_\_\_\_。

**【例4】**一堆新书不超过500本，3本3本地数，5本5本地数，7本7本地数都恰好合适，这堆书最多有\_\_\_\_\_\_本。

**【趁热打铁-4】**一堆新书，2本2本地数，5本5本地数，9本9本地数都恰好合适，这堆书最少有\_\_\_\_\_\_\_\_\_本。

**【例5】**电视台要播出一部30集电视连续剧，若要每天安排播出的集数互不相等，则该电视连续剧最多可以播出 天。

**【趁热打铁-5】**把20个球放入若干个盒子中，每个盒子中的球的个数都不相同，则最多可以放 个盒子。

**【例6】**房管员不小心把11个房间的11把钥匙放混了，若每把钥匙恰好能开启一个房间，则至少试 次才能一定把房间与钥匙配对好。

**【趁热打铁-6】**房管员不小心把10个房间的10把钥匙放混了，若每把钥匙恰好能开启一个房间，则至少试 次才能一定打开每个房间。

**【例7】**洋洋有3件不同的上衣，4条不同的裤子，3双不同的鞋，洋洋穿衣服时共有 种不同的装束。

**【趁热打铁-7】**食堂中午有3种荤菜，5种素菜，2种主食，欢欢中午有 种吃法。

**【例8】**同学们去春游，带水壶的有80人，带水果的有70人，两样都没带的有6人，若两样都带的人数是所有参加春游人数的一半，则参加春游的同学共有 人。

**【趁热打铁-8】**五年级（1）班有34人语文优秀，有37人数学优秀，有23人语文数学都优秀，有6人语文和数学都不优秀，那么全班一共有 人。

**【例9】**在一个正方形的箱子里有形状大小完全相同的小球40个，其中红、黄、蓝、绿的各有10个，则一次至少要取出 个小球，才能保证其中至少有3个小球的颜色相同。

**【趁热打铁-9】**在一个箱子里有形状大小完全相同的黑、白、蓝、绿、黄的各有8个，则一次至少要取出 个小球，才能保证其中至少有4个小球的颜色相同。

**练习题【过关精炼】**

1、已知□2007□能被72整除，那么□中分别填\_\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

2、若质数m,n满足3m+5n=151,则m+n的值\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

3、任意的两个三位数组成的六位数ABCABC，都有：ABCABC÷\_\_\_\_\_÷\_\_\_\_\_÷\_\_\_\_\_=ABC（填的数均为大于1的整数）。

4、满足被4除余2,被5除余3，被6除余4的最小自然数是\_\_\_\_\_\_\_\_。

5、梅州去广州的某一次列车，运行途中停靠的车站依次是：梅州一兴宁一华城一河源一惠州—东莞一广州，那么往返梅州与广州的这次列车制作的火车票有\_\_\_\_\_\_\_\_种。

1. 某次会议共有129人参加，如果你与每人握一次手，那么你共握手\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_次。

7、由0，1，2，3，4，5组成的没有重复数字的六位数中，百位不是2的奇数有多少个？

8、有8级台阶，某人从下向上走，若每次只能跨一级或两级，他走上去可能有\_\_\_\_\_\_\_\_种不同方法。

9、有一路公共汽车，包括起点和终点共有12个车站。如果一辆车除终点外，每一站上车的乘客中，恰好各有一位乘客到这一站以后的每一站下车，问公共汽车内最多时有\_\_\_\_\_\_\_\_位乘客。

10、在一次考试中，某班数学得100分的有17人，语文得100分的有8人，两科都得100分的有3人，那么全班50人中两科都不得100分的有\_\_\_\_\_\_人。

11、衣柜中有大小、质地等除颜色外完全相同的手套9双，它们是三种不同颜色的手套各3双，在黑暗中从衣柜中取出手套，为确保能取得一双颜色相同且左、右相配对的一双手套，至少要取\_\_\_\_\_\_只手套。